

量子論と不確定性関係

ウェルウィッチア

導入

物理現象を記述する理論は現在、大別して 2 つに分類できます。それらは、古典論と量子論です。古典論は、ニュートン力学など古典力学、マクスウェル電磁気学、熱力学などが挙げられます。一方、量子論は主にミクロな世界を記述する理論です。我々が通常感知するのは古典論に従う世界なので、量子論は非自明な理論に見えます。その構造・特徴を正確に理解することは、基礎理論的にも量子情報科学など応用的方面でも重要になります。量子論の性質を特徴づける上で欠かせないのが、不確定性関係です。

2 種類ある不確定性関係

量子力学を耳学問したことのある方が量子論の不確定性関係と聞いて思い浮かべるのは、位置と運動量が同時に決まらないことではないでしょうか？実は不確定性関係は大きく分けて 2 種類あり、皆さんが思い浮かべているものはそのうち片方の一例に過ぎないのです！

しかし、ここで留意して欲しいのが、2 種類あれどいずれも根源的には、物理量の非可換性に起因しているといえることです。

準備型不確定性関係

準備型の不確定性関係は、量子状態が持つ不確定性のことで、測定される前から状態として持っている不確定性です。測定操作によって生じる不確定性ではなく、測定される前の段階であったものです。ここで、ややこしいのですが、状態自体は確定し不確定ではありません。しかし、状態を指定する際には物理量によるラベルが必要になりますが、そのラベルとして非可換な 2 物理量を用いると、そのラベルの物理量の観点からは不確定性があるように見えるということです。

ケナード・ロバートソンの不確定性

非可換な物理量 A,B に対し、A,B の各標準偏差を σ_A, σ_B とします。この時

$$\sigma_A \sigma_B \geq \frac{1}{2} | \langle [A, B] \rangle |$$

が成り立ちます。これがケナード・ロバートソンの不確定性です、A,B として位置 x と運動量 p を取れば有名な位置と運動量の不確定性関係が得られます。

測定型不確定性関係

測定型の不確定性は、状態を測定した際に生じる不確定性です。もちろん測定すると、準備型の方の不確定性もありますが、追加として不確定性が現れます。皆さんが想起していた不確定性で、ハイゼンベルグの不確定性（ケナード・ロバートソンの x,p の場合とそっくりで混乱を生んでいる）があったかもしれませんが、

これは測定型のものです。

ハイゼンベルグの不確定性

位置の測定誤差を ϵ_x 、運動量の擾乱を η_p とします。この時

$$\epsilon_x \eta_p \geq \frac{\hbar}{2}$$

が成り立ちます。しかしハイゼンベルグの不確定性は実験で破れが見つかっており、修正、破れていない不等式としては小澤の不等式があります。（ハイゼンベルグの証明が間違っていたわけではなく、不確定性を考える指標の定義に考慮の余地があった）

アース・ケーリー・グッドマンの不等式(同時測定の不確定性)

非可換な物理量 A,B に対し、間接測定を考え、それによる誤差をそれぞれ $\Delta N_A, \Delta N_B$ とすると

$$\Delta N_A \Delta N_B \geq \frac{1}{2} | \langle [A, B] \rangle |$$

が成り立ちます。

小澤の不等式(誤差と擾乱の不等式)

非可換な物理量 A,B に対し、A を測定するとき、A の測定誤差を ϵ_A 、B の擾乱を η_B とすると(標準偏差はケナード・ロバートソンのと同じ)

$$\epsilon_A \eta_B + \epsilon_A \sigma_B + \sigma_A \eta_B \geq \frac{1}{2} | \langle [A, B] \rangle |$$

が成り立ちます。これは、ハイゼンベルグの不確定性を修正した形になっており、ハイゼンベルグの不確定性を破るが小澤の不等式は守るということが実際に実験で確かめられています。

他にも測定型の不確定性関係は色々調べられており、量子推定理論を用いた、渡辺・沙川・上田不等式や、弱値の概念と絡めた李・筒井不等式などもあります。

まとめ

量子論の不確定性関係は上に示したように複数ありそれぞれに物理的意味があります。それらを正確に、厳密に理解することの必要性は高まっており、実験精度の向上で確かめることもできるようになってきました。この話題の研究は今年にも進展があるような、現在も研究されている分野ですので、今後にも注目ですね！

参考文献

- [1] 谷村省吾, 『多様化する不確定性関係』, 2016.
- [2] 沙川貴大, 上田正仁, 『量子測定と量子制御』(第 2 版), サイエンス社, 2022.