

# 砂や粉の相転移【ジャミング転移】

Yuji

## はじめに

砂や粉など、目に見える程度の大きさを持った粒子の集団を**粉体**、あるいは粉粒体と言います。粉体を扱う「粉体物理学」はあまり知られてはいませんが、未解明な現象に溢れた魅力的な分野です。ここでは、粉体特有の現象の1つとして、粉体にみられる相転移「**ジャミング転移**」を紹介します。

## ジャミング転移

粉体は低密度状態ではさらさらと流れ、流体のようにふるまいますが、密度を上げていくと、あるとき粒子配置が乱れた状態で固体のような剛性を獲得します。これがジャミング転移です。(jamming: 詰まっている)

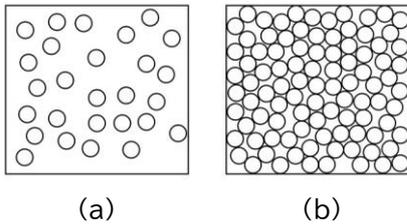
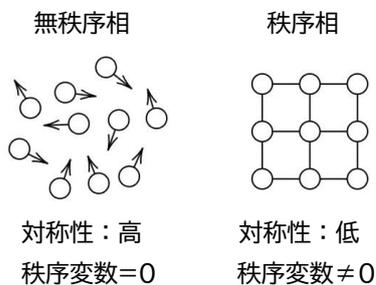


図1 (a)低密度状態で流動的。(b)転移密度以上で固体的。

転移を起こす密度(体積分率)は約 65%(ランダム最密充填率)とされています[1]。(ただし、これについては賛否があり、そもそも転移密度は一意に定まるのかという論争もあります。)

## 相転移を記述する言葉

一般に、相転移は「秩序のない状態：**無秩序相**」と「秩序がある状態：**秩序相**」の間の変化です。(無秩序相に対し秩序相は対称性が下がります。これを自発的対称性の破れといいます。)



「秩序」を定量的に表現するためのマクロな量が**秩序変数**です。無秩序相で0をとり、秩序相で0でない値をとるような量が見つければ、それが秩序変数となります。では、ジャミング転移における秩序変数は何でしょうか。実は、これには未だ明確な答えがありません。(そもそもこの場合における「秩序」とは何かという問いが発生するため。)しかし、秩序変数の性質を満たす量はいくつか存在します。その1つが「**接触点数**」です。

## 接触点数 $Z$

1粒子あたりの接触点数(接触する粒子数)を  $Z$  とします。転移密度未満では持続的な接触はないため、 $Z = 0$  とみなせます。一方、転移密度以上では接触が発生し、 $Z$  が有限の値を持ちます。このように  $Z$  は秩序変数の性質を満たしており、無秩序相から秩序相に転移する際、 $Z$  は0から有限の値へと不連続に変化します。転移点直上では  $Z = 2d$  ( $d$  は空間次元)であることが知られています。つまり、3次元では平均接触点数は6です(cf. 最密充填時は  $Z = 12$ )。以下でこの式を簡単に導出しましょう[2]。

【導出】摩擦のない、剛体でできた球形粒子の集団を考える。粒子数を  $N$  とすれば、全接触点数は  $NZ/2$ 。一方、全粒子の運動の自由度は  $Nd$ 。1つの接触点が1つの自由度に対する束縛条件とみなせるので、粒子が身動きを取れなくなるための条件は自由度  $\leq$  全接触点数。すなわち  $Z \geq 2d$ 。ジャミング転移点では  $Z = 2d$ 。

## ガラス転移との関係

ジャミング転移は「**ガラス転移**」という相転移に非常によく似ていることも特徴です。

【ガラス転移】：液体をゆっくり冷却するなどして結晶化を防ぎながら冷やしていくと、凝固点以下でも凍らない「過冷却液体」ができます。さらに温度を下げていくと、粒子配置が乱れたまま固まり、「ガラス」と呼ばれる状態になります。

ジャミング転移とガラス転移の共通点は、秩序相が乱れたまま固まった**非晶質固体**であることです。ジャミング転移同様、ガラス転移も普遍的な秩序変数は見つかっていません。そんな中、これらを統一的に記述できると期待されている「レプリカ法」という理論があります。これは、全く同じ条件の粒子系(“レプリカ”)を仮想的にいくつも用意し、それらの間の「相関」を秩序変数(エドワード・アンダーソンの秩序変数)とするという革新的な方法です。(詳細は私も勉強中で説明できませんが、,)これにより、数値計算の結果を再現することに成功していると言われています。

## おわりに

今回、ジャミング転移という現象とその秩序変数とされる接触点数を紹介しました。また、ガラス転移とともに盛んに理論研究が行われていることも見ました。私自身勉強中の身ですが、皆様に粉体の面白さを少しでも感じていただけたら幸いです。

## 参考文献

- [1]川崎猛史. 非晶質固体系の物理学入門. 第68回物性若手夏の学校. 2024, p.184-192.
- [2]早川尚男, 高田智史. 非線形レオロジー. 共立出版, 2025